小山工業高等専門学校研究紀要
第　39　号（2007）107－112

ＲＢＦＮによるカオス時系列予測の予測精度の一考察

Consideration of Prediction Accuracy of
Chaos Time Series Prediction by RBFN

渡　辺　達　男
Tatsuo WATANABE

１，はじめに

カオス時系列の近未来の予測器には幾つかあり、それぞれに特徴がある[1)2)]。カオス時系列の予測方法を最初に行ったのは、E.N.Lorenzで、類推法(the method of analogues)と呼ばれる方法で気象データを予測した[3)]。これは、過去の時系列パターンに近いパターンを現在の時系列に当てはめることにより、近未来を予測する方法である。類推法は方法は簡単であるが、気象データの複雑さにより予測精度は良くなかった。その後、その方法を改良した、多近傍点、高埋め込み次元を用いた方法で多少なりとも予測精度が改良された[4)5)6)]。

Lapedesはバックプロパゲーションを用いたニューラルネットワークによるカオス時系列予測法を提案した[7)]。この方法はさらにWeigendらにより発展させられた[8)]。

1898年にM.Casdagliは動径基底関数ネットワーク(Radial Basis Function Network、RBFN)[9)]を初めてカオス時系列予測問題に適用した[10)]。RBFN はもともと関数補間の方法として考えだされた方法だが、カオス時系列関数を予測しようとする方法である。この方法は局在化された関数の重ね合わせで予測する。RBFNは最近ではさまざまな分野に対して、予測精度の良さも相まって、多く活用されている。

この報告では、動径基底関数ネットワークを用いてカオス時系列や、実社会での時系列予測を私なりに行い、この予測器の特徴を簡単に議論する。RBFNで重要な役割を演じるセンターベクトルの選択により、予測精度が変化するので、簡単に２つのセンターベクトルを用いて予測を行った。

２章は動径基底関数ネットワークに関する説明を行う。３章は実際にロジステック写像及び実際のドル円レートの時系列予測を行い、性質、予測精度を議論する。４章はそれらの考察を行う。
５章はまとめにあてられる。

２．動径基底関数ネットワーク（RBFN）[9)10)]

1898年にM.Casdagliは動径基底関数ネットワーク（Radial Basis Function Network、RBFN）を初めてカオス時系列予測問題に用いた。RBFNは動径基底関数（RBF）と呼ばれる局在化された関数を用い、それぞれの関数に重みをつけて加え、その値を予測値とする方法である。

RBFNの出力f（**x**）は、

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) \qquad (1)$$

で与えられる。ここで $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^k$ で入力ベクトル、$\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^k$ でセンターベクトルと呼ばれる。関数φは動径基底関数、Ｎは動径基底関数の数、Ｋはベクトルの次元、λ_i は重み係数、φ内のノルムはユークリッドノルムを表す。関数φは入力ベクトルとセンターベクトルの距離のみで値が決まり、センターベクトルを中心として対称になっている。
φに関しては様々な関数を選ぶことができるが、普通はガウシアン関数、

$$\varphi(x) = \exp(-\frac{x^2}{b}) \qquad (2)$$

ベル型関数、

$$\varphi(x)=\frac{1}{1+\cosh(\sigma_h x)} \tag{3}$$

等を用いる。

この関数は入力ベクトル **x** に対して、センターベクトル $\mathbf{x}_i$ で局在化させた値に重みをつけて加えているので、一種の２層ニューロネットワークと考えられる。

センターベクトル $\mathbf{x}_i$ は任意に与えられる。このセンターベクトル $\mathbf{x}_i$ の与え方、及び動径基底関数の数Ｎにより、予測精度が大きく変化する。この報告では、センターベクトル数Ｎと次元Ｋを変化させると、予測精度が大きく変わることが後に示される。

重み λ_i はあらかじめ与えられた、Ｎ個の入力ベクトル **x** と関数値f（**x**）から、（１）式を逆に解くことで求められる。求めた重み λ_i とセンターベクトル $\mathbf{x}_i$ を基に、任意の入力ベクトルから予測値f（**x**）を求める。

説明は省略するが、予測値f（**x**）の多次元化は容易に拡張できる。

３．動径基底関数ネットワークを用いた予測

３－１．ロジスティック写像の予測

実際にロジステック写像に関して、RBFNを用いて予測を行った。ロジスティック写像とは以下のような関数で与えれる。

$$L(x)=ax(1-x) \tag{4}$$

この式を再帰的に用いることで、カオス時系列が生じる。

予測に当り、センターベクトルの選び方が重要であるが、今回は２つの方法を選んだ。１つは等間隔のセンターベクトル(式(５))、２つめはロジスティツク写像そのものをセンターベクトルとしたもの(式(６))を選んだ。

ここで、x_1、x_2・・・はロジスティツク写像(４)の時系列データを示している。動径基底関数はガウシアン関数を用いた。

$$\begin{cases}\mathbf{x}_1=(0,0,0,\cdots)\\ \mathbf{x}_2=(\dfrac{1}{N-1},\dfrac{1}{N-1},\dfrac{1}{N-1},\cdots)\\ \mathbf{x}_3=(\dfrac{2}{N-1},\dfrac{2}{N-1},\dfrac{2}{N-1},\cdots)\\ \cdots\\ \mathbf{x}_N=(1,1,1,\cdots)\end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases}\mathbf{x}_1=(x_1,x_2,\cdots,x_K)\\ \mathbf{x}_2=(x_2,x_3,\cdots,x_{K+1})\\ \cdots\\ \mathbf{x}_N=(x_{N+1},x_{N+2},\cdots,x_{N+K})\end{cases} \tag{6}$$

実際に（５）のセンターベクトルを用いてロジスティツク写像の予測を行った。結果は図に示さないが、すぐに発散してしまい、全く予測ができない。ロジスティツク写像の値は１以下であるが、予測値は１００以上になってしまう。従って、（５）のセンターベクトルは今後は扱わないことにする。

次に（６）のセンターベクトルを用いてロジスティツク写像を予測した結果を図１に示

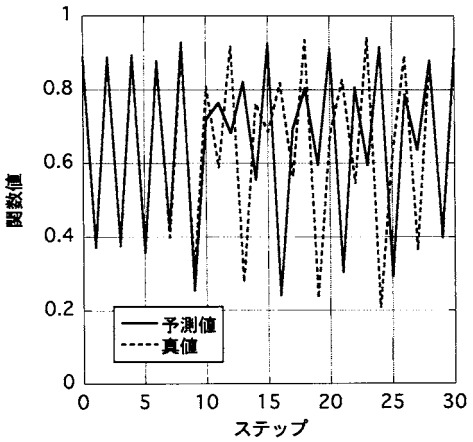

図1　RBFNを用いたロジスティツク写像の予測（N=100）

図１はセンターベクトル数Ｎ＝100個、ベクトルの次元K=3で計算を行った。図からわかるように、僅か100個のデータを元に予測しているにも関わらず、９ステップ先まで予測がうまくいっている。その後は誤差が大きくなってしまう。Lorenzの類推法では10000個のデータを用いて約10ステップ先までの予測がやっとであったが、RBFNを用いると非常に予測精度が良いことがこのことからわかる。

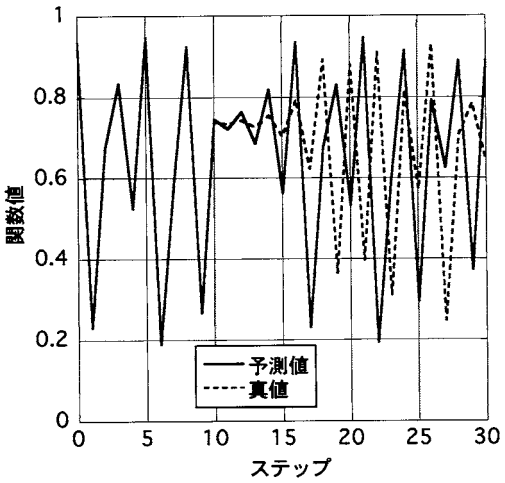

図２　RBFNを用いたロジスティック写像の予測（N=500）

図２は図１と同様だが、センターベクトル数Ｎ＝500個としたものである。図を見ると図１に比べて予測できるステップ数が11に増えていることがわかる。従ってセンターベクトル数Ｎを増加すると、予測精度が向上する。

次にセンターベクトル数Ｎを増加させることにより、どの程度予測精度が増加するかを調べた。最大予測ステップとして、予測を開始してから初めて真値との誤差が０．１％を超えるまでのステップを採用した。さらに、予測をスタートするステップが、ロジステック写像のどのステップかで、最大予測ステップが変化する。そこで、スタートするステップを複数取り、それぞれの最大予測ステップを求め、それらを平均することにより、あるセンターベクトルＮの最大予測ステップとした。この方法で得られた平均最大予測ステップとセンターベクトル数の関係を図３に示す。

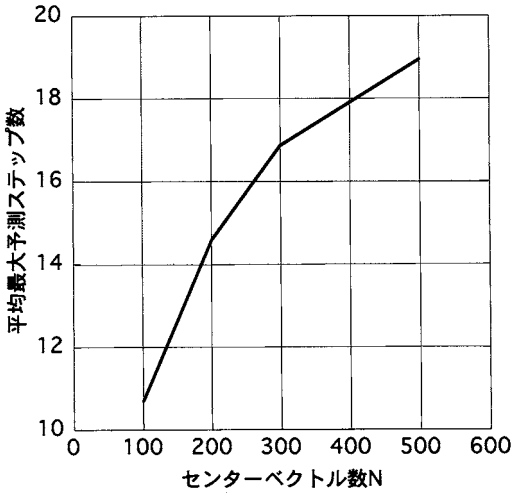

図３　センターベクトル数Ｎと平均最大予測ステップ数

図では､K＝3でロジスティック写像のスタートステップを800から1500まで変化させ、それぞれの最大予測ステップを求め平均したものを示している。図からセンターベクトル数を増加させると最大予測ステップが増加するのがわかる。

次に、ベクトルの次元Kの依存性を調べてみた。

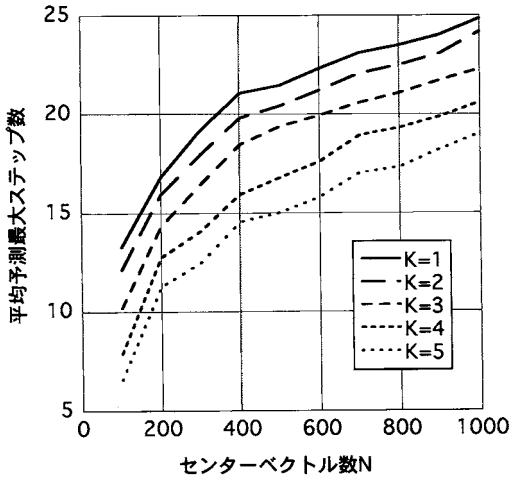

図４　次元Kを変化させたときの、センターベクトル数Ｎと予測最大ステップ数

図４は、予測をスタートするステップを3000から3500まで変化させ、最大予測ステップ数を平均したものと、センターベクトル数の関係を示したものである。

図を見ると、センターベクトル数Ｎが増加すると、最大予測ステップ数が増加するが、同時にベクトル次元Ｋが少ない方が最大予測ステップ数が増加する。Ｋ＝1の時、Ｎ＝1000で２５ステップ先まで予測が可能であることがわかる。

３－２．ドル／円レートの予測

前節ではロジステイック写像の予測をRBFNで行ったが、データ数が少ないのにも関わらず、予測精度が良いことがわかった。実際の時系列の例としてドル／円レートの終値の時系列を取り上げ、実際に予測してみた[11)]

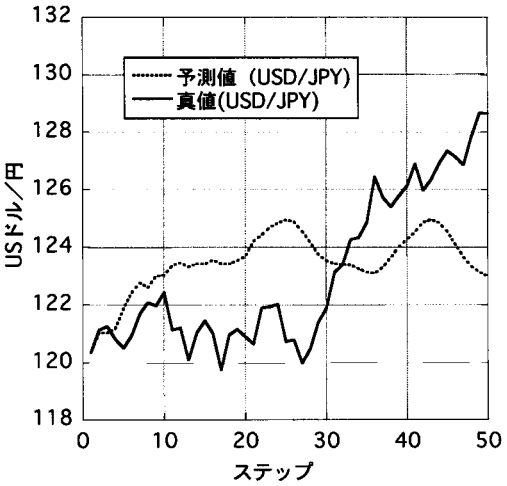

図5　USドル／円終値の予測

図５は１９９０年１月２日からのUSドル／円の終値を２０００日分データとして、2015日目から予測を開始して、予測値と真値を描いたものである。Ｋ＝１５として計算した。図を見ると、最初の３ステップ程度は予測できるが、その後は10ステップまで傾向としては合っているが、精度は良くない。さらに10ステップ以降は大きく真値から離れていってしまう。次元Ｋを変化させると、多少予測精度は変化する。特にＫ＝１５－１９程度が予測が良い様に思われる。

４．考察

RBFNを用いて、幾つかの時系列の予測を行った。ここでは、簡単な考察をする。

RBFNはLorenzの類推法に比較して非常に予測精度がよい。類推法では、予測を行うためのデータ数が10000個以上取って、１０ステップ先程度の予測しか行えないが[6)]、RBFNはロジスティック写像の予測では僅か１００個のデータ数で、１０ステップ程度の予測が可能である。もともと関数補間法なので、ロジスティック写像のような、単純な関数は予測精度が良くなるものと思われる。

センターベクトル数を増加させると、予測精度は向上する。今回はＮ＝1000まで計算したが、グラフは単調増加なので、Ｎを増加させればある程度までは予測ステップ数は増加するものと思われる。

ベクトル次元Ｋは１次元が最も予測精度が良い。ロジスティック写像が、単純な１次元の再帰関数で、ある値が次の値を与える。従って、このような単純な関数を予測するのは、１ステップ前のデータだけで十分であるのではないかと思われる。逆に次元をあげると、余計なステップの変化パターンを予測に用いてしまい、予測精度が落ちるのではないかと思われる。

実際の時系列の予測では、今回はうまく予測できなかった。ベクトルの次元はロジスティック写像のように、１次元では無理で、高次元での予測が良い様に思われる。数ステップ先までは予測できるが、その後は、常に新しいパターンで実際の時系列が変化しているのか、予測が難しい。しかし、数ステップ先までは予測はできた。また１０ステップ先までは傾向は予測できた。実際の時系列の予測にはセンターベクトルの選び方、ベクトルの次元の選び方等、系の特性をある程度解析しないと、単純にカットアンドトライでは難し

い様に思える。

５．結論

RBFNを用いて、私なりに幾つかの時系列の予測を行った。簡単なロジスティック写像では、データ数が少なくても精度良く予測できる。また、ベクトルの次元は予測する時系列の特性に関係している様に思われる。

実際の時系列では、数ステップ先までは予測できたが、系の特性をある程度考慮に入れないと予測は難しい。

今後は、さらに実際の時系列での予測精度を向上する方法を考えたい。

参考文献

1)合原一幸編：カオス時系列解析の基礎と応用、産業図書(2000).
2)合原一幸編：カオスセミナー、海文堂(1994).
3)E.N.Lorenz:Journal of the Atomospheric Sciences,vo1.26(1969)636.
4)渡辺：小山高専紀要、N0.36(2004)137.
5)渡辺：小山高専紀要、N0.37(2005)179.
6)渡辺他：小山高専紀要、N0.38(2006)101.
7)A. S. Lapedes, R. Faber:Technicalreport, Los Alamos Nationa1 Laboratory(!987).
8)A.S.Weigen et a1:Internatina1 Journal of Neura1 Systems,vo1. 1,N0,32(1990)193.
9)M.J.D,Powe11:″ Radial basis function for multivariable interpolation:a review″, ″ AlgorithmforApproximation″. Clarendon, Oxford(1987).
10)M.Casdagli:Physica D,vo1.35(1989)335.
11)http://money. www. infoseek. co. jp/MnForex/